

KURZUSINFORMÁCIÓ

ANALÍZIS II, PMB1106

2013

Tantárgy neve: Analízis II

Tantárgy kódja: PMB1106

Kreditpont: 4

Heti kontakt óraszám (elm.+gyak.): 2+2

Előfeltétel: PMB1105

Félévi követelmény: kollokvium

Előadás

Differenciálhányados és geometriai jelentése Az érintő probléma megoldása, a differenciálhányados és kiszámítása, differenciálhatóság és folytonosság kapcsolata.

A derivált fogalma és kiszámítása Differenciálható függvények, elemi függvények deriváltja, deriválási szabályok.

Középértéktételek Helyi szélsőérték létezésének szükséges feltétele, Rolle- és Lagrange-féle középértéktétel, differenciálható függvények monotonitási szakaszainak megkeresése, Cauchy-féle középértéktétel.

Magasabbrendű deriváltak Többször differenciálható függvények, konvex függvények, a konvexitás és a második derivált kapcsolata, inflexióspont létezése szükséges feltétel, szélsőérték létezése elegendő feltétel.

Hiperbolikus és area függvények Alapdefiníciók, addíciós tétel és alapösszefüggések, a hiperbolikus és area függvények deriváltja.

A L'Hospital-szabály A L'Hospital-szabály és alkalmazása különböző típusú határértékek megoldásában.

A Taylor-formula Taylor-polinom, Taylor-tétel, értékbecslések.

Határozatlan integrál Primitív függvény, alapintegrálok, egyszerű integrálási fogások, linearitási szabály, parciális integrálás, racionális törtfüggvények integrálja, helyettesítéssel való integrálás.

Határozott integrál A határozott integrál fogalma, integrálhatósági kritériumok, a határozott integrál tulajdonságai, az integrálfüggvény, Newton-Leibnitz formula, improprius integrálok.

Az integrálszámítás alkalmazása Területszámítás, ívhosszszámítás, térfogatszámítás, felszínszámítás.

Gyakorlat

A gyakorlaton az előadáshoz kapcsolódó feladatok megoldására kerül sor, különös tekintettel a következő típusokra:

- differenciálhányados kiszámítása a definíció alapján
- függvények deriváltjának kiszámítása
- logaritmikus deriválás
- több részekre osztott függvények differenciálhatósága
- teljes függvényvizsgálat
- szöveges szélsőértékszámítási feladatok
- határértékszámítás L'Hospital-szabállyal
- Taylor-polinomok megkeresése és értékbecslések
- határozatlan integrálok kiszámítása
- az integrálszámítás alkalmazása különféle feladatokban

Számonkérés, értékelés

A teljes évfolyam egy időben két zárthelyi dolgozatot ír a gyakorlati foglalkozásokon tanult ismeretekből. Ezekből 20 – 20 pont szerezhető be. A zárthelyi dolgozatok megírására előadási időpontokon kerül sor, az első a szorgalmi időszak közepén, a második a szorgalmi időszak végén. A pontos dátumokat a gyakorlatvezetők vagy a kurzus előadója hirdeti ki legalább két héttel a dolgozatírás előtt. Lehetőség van gyakorlaton további 10 pont megszerzésére, ennek módja a gyakorlatvezetők kompetenciája. Szorgalmi időszakban tehát legfeljebb 50 pontot lehet elérni. A vizsgára bocsátás feltétele ebből 20 pont megszerzése. Tehát, az a hallgató, aki a két zárthelyi dolgozatból és a gyakorlaton szerzett plusz pontokból összesen nem éri el a 20 pontot, elégtelen kap és nem mehet vizsgázni.

Vizsgán további 50 pontot lehet elérni. A vizsgaidőpontokat a kurzus előadója hirdeti ki a Neptun tanulmányi rendszeren keresztül és csak azok a hallgatók vizsgázhatnak, akik teljesítették a vizsgára bocsátás feltételét és feliratkoztak az adott időpontra. A gyakorlaton és a vizsgán szerzett pontok összegéből jön össze a félév eredménye a következő táblázat szerint

0 – 44	→ elégtelen
45 – 54	→ elégséges
55 – 69	→ közepes
70 – 84	→ jó
85 – 100	→ jeles

Elégtelen vizsgát még kétszer lehet megismételni, ekkor a gyakorlaton szerzett pontok száma nem változik.

A számonkérések szerkezete

Egy 20 pontos zárthelyi dolgozat 5 különálló feladatból áll a gyakorlati foglalkozásokon tanult ismeretekből.

Az 50 pontos vizsga szerkezete a következő

1. 5 igaz-hamis állításból álló teszt (10 pont)
2. 4 definíció vagy tétel kimondása (20 pont)
3. 3 feladat (20 pont)

Olyan definíciót vagy tételt kell tudni kimondani, melyek az előadásokon hangzott el. Hasonlóan, a feladatok is a gyakorlati foglalkozásokon tanult ismeretekből kerülhetnek ki.

Név: _____
Neptunkód: _____
Gyakorlatvezető: _____

1. Adja meg a következő függvény deriváltját!

4 pont

$$f(x) = \ln \left(\frac{x + x^2}{\sqrt{x} + x} \right) e^{\sin(x^2-1)}$$

2. Állapítsa meg, hogy differenciálható-e az alábbi függvények a megadott pontban!

3 pont

$$f(x) = \begin{cases} \sin^2 x & \text{ha } x \leq \frac{\pi}{2}, \\ x^2 - \pi x & \text{ha } x > \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad x_0 = \frac{\pi}{2},$$

3. Határozza meg az

$$f(x) = xe^x$$

3 pont

függvény görbéjéhez a legnagyobb inflexiós pontban húzott érintő egyenletét.

4. Készítsen teljes függvényvizsgálatot!

6 pont

$$f(x) = \frac{(x+1)}{x^2}$$

5. Egy ablak alakja egy téglalap és egy fölé állított szabályos háromszögből áll. Kerülete 4,5 m. Milyenek válasszuk a méreteket, hogy az ablak a legtöbb fényt bocsássa át?

4 pont

Analízis II

PTI II MINTA

Név: _____

Neptunkód: _____

Gyakorlatvezető: _____

1. Határozza meg a következő határértékeket L'Hospital-szabállyal! 4 pont

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 3x^2 + 2}{x^7 - 1}, \quad b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \ln x}{x \ln x}$$

2. Határozza meg a következő függvény $x_0 = 0$ ponthoz tartozó negyedfokú Taylor-polinomját! 3 pont

$$f(x) = \frac{1}{1-x}$$

3. Határozza meg az alábbi integrálokat! 5 pont

$$a) \int x \sqrt[3]{x^2 - 3} dx, \quad b) \int \frac{x+2}{x^3 - x} dx$$

4. Határozza meg az alábbi integrálokat! 5 pont

$$a) \int_0^1 (x+1)e^{2x} dx, \quad b) \int_0^\infty e^{-2x} dx$$

5. Határozza meg az $y = x^3 + 4x$ és $y = 4x^2$ görbék által határolt zárt síkrész területét! 3 pont

Analízis II vizsga

PTI MINTA

Név: _____

Neptunkód: _____

1. Állapítsa meg, hogy a következő állítások közül melyek igazak és melyek hamisak! 10 pont

- $(x^x)' = (x - 1)x \ln x$,
- az $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ függvénynek nincs inflexiós pontja,
- a $\operatorname{sh} x$ függvény szigorúan monoton növekvő,
- $\int \frac{1}{x^2+x+1} dx = \ln(x^2 + x + 1) + c$,
- minden Riemann-integrálható függvény integrálfüggvénye folytonos függvény.

2. Adja meg a következő tételeket és fogalmakat! 20 pont

- a differenciálhányados fogalma és geometriai jelentése,
- a folytonosság és a differenciálhatóság kapcsolata,
- a Lagrange-féle középértéktétel,
- a Newton-Leibnitz formula.

3. Adja meg a következő függvény deriváltját! 4 pont

$$f(x) = \sin\left(\frac{\operatorname{tg} x + \pi}{\sqrt[3]{x+1}}\right) \ln(e^{2x} + 1)$$

4. Készítsen teljes függvényvizsgálatot! 8 pont

$$f(x) = x^2 e^{-x}$$

5. Határozza meg az alábbi integrálokat! 8 pont

$$a) \int_0^1 x \sqrt{3x^2 + 1} dx, \quad b) \int \frac{x+1}{x^2-x} dx$$