

**MTB1006** (előadás), **MTB1007** (gyakorlat) **Lineáris algebra I.**  
**Kurzusinformáció**  
**2013 tavasz**

**Előfeltétel:** MTB1001 (Trigonometria és koordináta-geometria), vizsgára bocsátás feltétele: MTB1007

**Számonkérés:** kollokvium (3 kredit) és gyakorlati jegy (2 kredit)

**Elérhetőség:** email: szalonta@nyf.hu, honlap: zeus.nyf.hu/~szalonta  
fogadóóra: hétfő 10:00 – 11:00

### **Előadás**

**február 11.** Test feletti vektortér fogalma. Példa: A szabadvektorok tere (ismétlő áttekintés). Szabadvektor, összeadás, skalárral való szorzás. Szabadvektorok függetlensége és függősége. Skaláris (belső), vektoriális (külső) és vegyes szorzás.

**február 18.** Példa: A valós skalár  $n$ -esek tere.  $\mathbb{R}^n$  euklideszi vektortér struktúrája: kanonikus skaláris szorzat, norma (hossz), távolság, szög. További példák vektorterekre.

**február 25.** Altér. Lineáris kombináció, vektorrendszer függősége, függetlensége, bázis, dimenzió.

**március 4.** További tételek vektorrendszer függőségére, vektortér dimenziójára.

**március 11.** Altérek direktösszege. Lineáris sokaság, faktortér.

**március 18.** Mátrixok: Műveletek: Mátrix transzponáltja. Azonos típusú mátrixok összege. Mátrix skalárszorosa. Két mátrix szorozhatósága, szorzása.

**március 25.** Négyzetes mátrix inverze. Gauss elimináció. Elemi mátrixok

**április 8.** Négyzetes mátrix invertálhatósága. Mátrix rangja.

**április 15.** Lineáris egyenletrendszerek. Négyzetes mátrix determinánsa.

**április 22.** A determinánsfüggvény tulajdonságai. Aldeterminánsok, kofaktorok

**április 29.** . Lineáris leképezések: a lineáris leképezés fogalma, alaptulajdonságai.

**május 6.** A lineáris leképezés képtere és magtere. Homomorfia tétel.

**május 13.** A lineáris leképezések mátrix reprezentációja. Báziscsere.

### **Gyakorlat**

**február 12.** Ismétlő feladatok, kiegészítés a szabadvektorok témakörében.

**február 19.** Feladatok megoldása, bizonyítások a szabadvektorok témakörében. Példa: A tere.  $\mathbb{R}^n$  euklideszi vektortér struktúrája: kanonikus skaláris szorzat, norma (hossz), távolság, szög.

**február 26.** Valós skalár  $n$ -esek összeadása, skalárral szorzása, kanonikus skaláris szorzása, hossza, szöge. További példák vektorterekre. Altér. Lineáris kombináció, vektorrendszer függősége, függetlensége, bázis, dimenzió.

**március 5.** Vektortér axiómák ellenőrzése további konkrét példákon. Mátrixok összege, számszorosa.

**március 12.** Konkrét mátrixok transzponáltja, szorzása.

**március 19.** Példák lineáris sokaságra, faktortérre. Zérómátrix, egységmátrix. Mátrixműveletek gyakorlása.

**március 26.** zh.

**április 9.** Gauss elimináció: Sorekvivalens átalakítások. Rang megállapítása. Négyzetes mátrix invertálása.

**április 16.** Egyszerűbb inhomogén lineáris egyenletrendszerek megoldása Gauss elimináció segítségével.

**április 23.** Homogén és inhomogén lineáris egyenletrendszerek megoldása. A megoldás altér vagy lineáris sokaság.

**április 30.** Determinánsok kiszámítása sor/oszlop szerinti kifejtéssel.

**május 7.** Négyzetes mátrix invertálhatósága, invertálása kofaktorokkal. Konkrét lineáris leképezések.

**május 14.** Konkrét lineáris leképezések képtere, magtere, mátrixa. Báziscsere mátrixa

**május 21.** zh.

### **Értékelés**

A **gyakorlati jegy** alapja a két zárthelyi dolgozat eredménye. Érdemjegy-határok: 50, 65, 80, 90%.

**Vizsga.** A vizsgára bocsátás feltétele az eredményes gyakorlati jegy! Írásbeli vagy szóbeli vizsga. Az írásbeli vizsga alapfeladatokból és elméleti részből áll. Érdemjegy-határok: 50, 60, 70, 80%.

### **Alapfeladatok**

Szám  $n$ -es hossza. Két pont távolsága. Két szám  $n$ -es skaláris szorzata, szöge. Mátrixalgebra: (megfelelő típusú) mátrixok összege, szorzata, mátrix skalárszorosa, mátrix behelyettesítése polinomba. Mátrix lépcsős alakra hozása, rangjának megállapítása a lépcsős alakból. Mátrix inverzének meghatározása szimultán Gauss eliminációval. Két mátrixról eldönteni, hogy egymás inverzei-e. Lineáris egyenletrendszer megoldása, a megoldás szerkezetének felírása. Legfeljebb  $4 \times 4$  típusú determináns kiszámítása. (Szabadvektoros feladatok is lehetnek.)

### **Irodalom**

1. Kovács Zoltán: Lineáris algebra (Jegyzet), [zeus.nyf.hu/~kovacsz](http://zeus.nyf.hu/~kovacsz) (Gyakorló tesztfeladatok is található ott.)
2. Kovács Zoltán: Feladatgyűjtemény lineáris algebra gyakorlatokhoz, Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen 2003.

### **Ajánlás**

1. Freud Róbert: Lineáris algebra, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2001.
2. Gaál István –Kozma László: Lineáris algebra, Kossuth Egyetemi Kiadó, Debrecen, 1998.
3. Hajós György: Bevezetés a geometriába, Tankönyvkiadó, Budapest.
4. Halmos, P.R.: Véges dimenziós vektorterek, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1984.

Dr. Szalontai Tibor főiskolai tanár  
Nyíregyháza, 2013. február 11.